

扩散-反应非线性数模逼近解析解*

孙彦平 刘世斌 武宝亭 程明琦 王俊文

太原理工大学洁净化工研究所, 太原 030024

摘要 针对片状多孔催化剂内反应-扩散耦合过程的非线性问题, 应用 Adomian 分解法, 推导出普遍化方程逼近解析表达通式. 给出了在 Thiele 模数 $\phi \leq 10$ 时, 有代表性的 1 级, 2 级和 0.5 级反应的反应物浓度分布、效率因子数学表达式及其函数曲线, 并与 Newman 的 BAND 法数值计算结果进行了比较. 与数值解相比, 当 ϕ 较小时, 使用该逼近解析表达通式前 3 项即可达到满意的效果; 当 ϕ 较大时, 随着分解项数的增加, 计算值向数值解逼近, 一般分解项数为 6 时, 可获得较满意的效果.

关键词 Adomian 分解法 非线性 逼近解析解 多孔催化剂 有效因子

化学工程学科中普遍存在的非线性问题, 只能用数值方法迭代求解. 数值法仅给出不连续的数值, 不能对结果进行数学表达和分析, 且反应速率变化大时, 数值法不一定能收敛. 20 世纪 80~90 年代, Adomian^[1]对于确定或随机微分方程的求解, 提出了逼近非线性项的 Adomian 多项式, 建立并完善了其分解法. Cherrault^[2]证明了 Adomian 多项式的收敛性^[2]. Adomian 分解法已被成功地用于一些非线性数学物理问题的逼近解析^[3], 但在化学和化学工程中的应用尚未见报道.

对于非线性问题, 能否用 Adomian 分解法求解, 必须对具体问题作具体分析. 化学反应工程中的非线性问题, 是由于反应速率与浓度、温度等动力学因素的非线性关系引起的, 有其特殊性. 本文旨在将 Adomian 分解法引入到化学工程领域, 对于多孔催化剂中 n 级反应, 探索其扩散-反应非线性方程的逼近解析, 以便为化学工程中非线性数模的求解提供新的思路.

1 反应-扩散模型

多孔催化剂扩散-反应耦合过程数学模型是反应工程中典型的数模之一. 在一般情况下(包括稳态与非稳态两种情况), 单位体积催化剂内的关键反

应组分质量平衡方程为^[4]

$$\frac{\partial c'}{\partial t} = \nabla \cdot D_e \nabla c' + R(c'), \quad (1)$$

式中 t 为时间, c' 为反应物浓度, $R(c')$ 为单位体积反应速率, D_e 为有效扩散系数.

对于片状多孔催化剂, 忽略沿 y 和 z 方向的浓度变化, 稳态时, 方程(1)可简化为

$$\frac{d^2 c'}{dx'^2} - \frac{R(c')}{D_e} = 0, \quad (2)$$

式中 x' 为扩散距离. 边界条件为

$$x' = 0, -D_e \frac{dc'}{dx'} = 0, \quad (3)$$

$$x' = l, c' = c_0, \quad (4)$$

方程(2)~(4)是常微分方程的边值问题. 设反应为 n 级不可逆反应, 即 $R(c') = kc'^n$. 令 $x = \frac{x'}{l}$, $c = \frac{c'}{c_0}$, 方程(2)~(4)在等温时可无因次化为

$$\frac{d^2 c}{dx^2} - \phi^2 c^n = 0, \quad (5)$$

2002-07-12 收稿, 2002-09-10 收修改稿

* 国家自然科学基金资助项目(批准号: 29976028)

E-mail: ypsun@tyut.edu.cn

$$x = 0, -D_e \frac{dc}{dx} = 0, \quad (6)$$

$$x = 1, c = 1, \quad (7)$$

其中 c 为无因次化浓度, x 为无因次的扩散距离, Thiele 模数 $\phi = \frac{l^2 k c_0^{n-1}}{D_e}$. 无因次数群 $\frac{1}{k c_0^{n-1}}$ 为反应的特征时间, $\frac{l^2}{D_e}$ 是扩散的特征时间. k 为反应速率常数, l 为片状催化剂 1/2 厚度, Thiele 模数即为反应与扩散两个特征时间的比值, 体现了本征反应速率与扩散速率对宏观反应速率的相对重要性.

催化剂有效因子 η 为有扩散影响的宏观反应速率与以边界 ($x=1$) 浓度值进行计算所得反应速率之比. 对于片状多孔催化剂, 有效因子表达为

$$\eta = \frac{1}{\phi^2} \frac{\left(\frac{dc}{dx}\right)_{x=1}}{R_{x=a}}, \quad (8)$$

当 ϕ 较小时, $\eta \rightarrow 1$, 表示宏观反应速率基本不受扩散的影响; 当 ϕ 较大时, $\eta < 1$, 表明宏观反应速率受扩散影响.

2 分解法求解过程

一般情况下, 常微分方程可以表示为算子方程

$$\tilde{F}y = g(x). \quad (9)$$

依据 Adomian 分解法, 首先, 对以上算子方程作第一次分解, 即

$$\tilde{F}y = Ly + Ry + Ny = g(x), \quad (10)$$

式中 L 为最高阶导数线性算子, R 为线性算子的剩余部分, N 为非线性算子, $g(x)$ 为强迫项. 运用逆算子 L^{-1} 对上式作用, 得

$$L^{-1}Ly = L^{-1}g(x) - L^{-1}Ry - L^{-1}Ny, \quad (11)$$

L^{-1} 表示 L 从 0 到 x 的多重积分. 对于二阶常微分方程

$$L = \frac{d^2}{dx^2}, L^{-1} = \iint_0^x (g(x) - R(y) - N(y)) dx dx. \quad (12)$$

然后, 进行二次分解, 即将方程解表示为部分分解的

加和形式

$$y = \sum_{m=0}^{\infty} y_m, \quad Ny = f(y) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m. \quad (13)$$

其中 A_m 为 Adomian 多项式, m 为 Adomian 的项数. 根据 Adomian 分解法^[1], 可写出 $A_0, A_1, A_2 \dots A_m$ 的表达式

$$\begin{aligned} A_0 &= h_0(y_0) = f(y_0), \\ A_1 &= h_1(y_0)y_1, \\ A_2 &= \frac{1}{2}[h_2(y_0)y_1^2 + 2h_1(y_0)y_2], \\ &\vdots \\ A_m & \\ &\vdots \end{aligned} \quad (14)$$

式中 $h_m(y_0)$ 为 $f(y_0)$ 的 m 阶导数, f 为 y 的非线性函数. 则 Adomian 部分解为

$$\begin{aligned} y_0 &= \text{常数}, \\ y_1 &= \phi^2 L^{-1} A_0, \\ y_2 &= \phi^2 L^{-1} A_1, \\ &\vdots \\ y_m &= \phi^2 L^{-1} A_{m-1}, \\ &\vdots \end{aligned} \quad (15)$$

则, y 的 $m+1$ 项逼近解析解为

$$y = \sum_{i=0}^m y_i = y_0 + \phi^2 L^{-1} A_0 + \phi^2 L^{-1} A_1 + \dots + \phi^2 L^{-1} A_{m-1}. \quad (16)$$

对于片状多孔催化剂 n 级等温不可逆反应, 并设有效扩散系数 D_e 为常数, 方程(5)的 Adomian 算子方程为

$$Lc = \phi^2 Nc, \quad (17)$$

进行逆运算得

$$c = \phi^2 L^{-1} Nc, \quad (18)$$

依上所述 Adomian 分解法, 方程(5)的 Adomian 多项式 A_m 和部分解 c_m 直接表示为^[4]

$$\begin{aligned}
 A_0 &= c_0^n; \\
 c_1 &= \frac{1}{2!} \phi^2 c_0 x^2, & A_1 &= \frac{1}{2!} \phi^2 c_0^{2n-1} x^2; \\
 c_2 &= \frac{n}{4!} \phi^4 c_0^{2n-1} x^4, & A_2 &= \frac{4n^2 - 3n}{4!} \phi^4 c_0^{3n-2} x^4; \\
 c_3 &= \frac{4n^2 - 3n}{6!} \phi^6 c_0^{3n-2} x^6, \\
 A_3 &= \frac{34n^3 - 63n^2 + 30n}{6!} \phi^6 c_0^{4n-3} x^6; & (19) \\
 c_4 &= \frac{34n^3 - 63n^2 + 30n}{8!} \phi^8 c_0^{4n-3} x^8, \\
 A_4 &= \frac{496n^4 - 1554n^3 + 1689n^2 - 630n}{8!} \phi^8 c_0^{5n-4} x^8; \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

3 逼近解的解析表达式

令无因次 c 的逼近解析解为 $\theta_{m+1,n}$, 即 $\theta_{m+1,n} =$

$\sum_{m=0}^m c_m$, $m+1$ 为逼近解的项数, n 为反应级数. 下文首先把线性一级反应的逼近解与其原有解析解比较, 然后求出非线性 2 和 0.5 级反应的逼近解.

3.1 线性情况

对于线性的一级反应 ($n=1$), 有

$$\begin{cases} c_m = \frac{1}{(2m)!} \phi^{2m} c_0 x^{2m}, \\ \sum_{m=1}^{\infty} c_m = c_0 \left[1 + \sum_{m=1}^{\infty} \left[\frac{1}{(2m)!} \phi^{2m} c_0 x^{2m} \right] \right] = c_0 \cosh(\phi x). \end{cases} \quad (20)$$

代入边界条件 (6) 和 (7) 式, 得到解析解: $c = \frac{\cosh(\phi x)}{\cosh(\phi)}$. 可见, 由 Adomian 分解法也可求出方程 (5) 在 $n=1$ 时的解析解.

3.2 非线性情况

逼近解析解可以表达为

$$\begin{aligned}
 \theta_{m+1,n} &= c_0 + c_1 + c_2 + \cdots + c_m = & (21) \\
 &c_0 + \frac{1}{2!} \phi^2 c_0^n x^2 + \frac{n}{4!} \phi^4 c_0^{2n-1} x^4 + \frac{4n^2 - 3n}{6!} \phi^6 c_0^{3n-2} x^6 + \\
 &\frac{34n^3 - 63n^2 + 30n}{8!} \phi^8 c_0^{4n-3} x^8 + \\
 &\frac{496n^4 - 1554n^3 + 1689n^2 - 630n}{10!} \phi^{10} c_0^{5n-4} x^{10} + \cdots + c_m.
 \end{aligned}$$

3.3 逼近解析解

3.3.1 前 2, 3 项逼近解的表达 取方程 (21) 的前 2 或 3 项, 利用边界条件: $x=1, c=1$, 求出不同反应级数下的 c_0 . 将 c_0 代入, 可求出前 2 或 3 项的逼近解 $\theta_{m+1,n}$, 结果见表 1 和表 2.

表 1 前 2 项的逼近解 $\theta_{m+1,n}$ 及 c_0 的表达式

n	c_0	$\theta_{m+1,n}$
1	$c_0 = \left(1 + \frac{1}{2!} \phi^2 \right)^{-1}$	$\theta_{2,1} = c_0 \left(1 + \frac{1}{2!} \phi^2 x^2 \right)$
2	$c_0 = \frac{\sqrt{1+2\phi^2}-1}{\phi^2}$	$\theta_{2,2} = c_0 + \frac{1}{2!} \phi^2 c_0^2 x^2$
0.5	$c_0 = \frac{1}{16} (\sqrt{\phi^4+16} - \phi^2)^2$	$\theta_{2,0.5} = c_0 + \frac{1}{2!} \phi^2 c_0^{0.5} x^2$

表 2 前 3 项的逼近解 $\theta_{m+1,n}$ 及 c_0 的表达式

n	c_0	$\theta_{m+1,n}$
1	$c_0 = \left(1 + \frac{1}{2!} \phi^2 + \frac{1}{4!} \phi^4 \right)^{-1}$	$\theta_{3,1} = c_0 \left(1 + \frac{1}{2!} \phi^2 x^2 + \frac{1}{4!} \phi^4 x^4 \right)$
2	$c_0 = \sqrt{\frac{8}{\phi^6} + \frac{12}{\phi^4} - \frac{2}{\phi^2}}$	$\theta_{3,2} = c_0 + \frac{1}{2!} \phi^2 c_0^2 x^2 + \frac{2}{4!} \phi^4 c_0^3 x^4$
0.5	$c_0 = \left[\frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{2\phi^4}{3} + 16} - \phi^2 \right) \right]^2$	$\theta_{3,0.5} = c_0 + \frac{1}{2!} \phi^2 c_0^{0.5} x^2 + \frac{2}{4!} \phi^4 c_0^4 x^4$

3.3.2 多于 3 项的逼近解析解 利用边界条件, 可用解析法求得前 4 项逼近解的 c_0 ¹⁾, 大于 4 项时需用数值法. 前 6 项的逼近解析解表达式为

$$\theta_{6,1} = c_0 \left(1 + \frac{1}{2!} \phi^2 x^2 + \frac{1}{4!} \phi^4 x^4 + \frac{1}{6!} \phi^6 x^6 + \frac{1}{8!} \phi^8 x^8 + \frac{1}{10!} \phi^{10} x^{10} \right), \quad (22)$$

$$\theta_{6,2} = c_0 + \frac{1}{2!} \phi^2 c_0^2 x^2 + \frac{2}{4!} \phi^4 c_0^3 x^4 + \frac{10}{6!} \phi^6 c_0^4 x^6 + \frac{80}{8!} \phi^8 c_0^5 x^8 + \frac{1000}{10!} \phi^{10} c_0^6 x^{10}, \quad (23)$$

$$\begin{aligned}
 \theta_{6,0.5} &= c_0 + \frac{1}{2!} \phi^2 c_0^{0.5} x^2 + \frac{1}{2 \times 4!} \phi^4 c_0^4 x^4 - \\
 &\frac{1}{2 \times 6!} \phi^6 c_0^{-0.5} x^6 + \frac{7}{2 \times 8!} \phi^8 c_0^{-1} x^8 - \\
 &\frac{56}{10!} \phi^{10} c_0^{-1.5} x^{10}. \quad (24)
 \end{aligned}$$

3.4 有效因子逼近解析解

由方程 (8) 和 (21), 可得 n 级反应有效因子 η 逼近解析解的一般表达式

1) 刘世斌, 等. 分解法多孔催化剂 n 级反应扩散-反应方程逼近解析. 待发表

$$\eta_{m+1,n} = \frac{1}{\phi^2} \left(\frac{d\theta_{m+1,n}}{dx} \right)_{x=1} = c_0 + \frac{n}{3!} \phi^2 c_0^{2n-1} + \frac{4n^2 - 3n}{5!} \phi^4 c_0^{3n-2} + \frac{34n^3 - 63n^2 + 30n}{7!} \phi^6 c_0^{4n-3} + \frac{496n^4 - 1554n^3 + 1689n^2 - 630n}{9!} \phi^8 c_0^{5n-4} + \dots + \frac{1}{\phi^2} \left(\frac{dc_m}{dx} \right)_{x=1} \quad (25)$$

求导后, 有效因子逼近解项数相对无因次浓度逼近解减少一项.

对于1级反应, 分解法前3项的有效因子 $\eta_{3,1}$ 逼近解为

$$\eta_{3,1} = c_0 + \frac{1}{3!} \phi^2 c_0 = \left(1 + \frac{1}{2!} \phi^2 + \frac{1}{4!} \phi^4 \right)^{-1} \left(1 + \frac{1}{3!} \phi^2 \right); \quad (26)$$

对于2级反应($n=2$), 有效因子为

$$\eta_{3,2} = \left(\sqrt[3]{\frac{8}{\phi^6} + \frac{12}{\phi^4} - \frac{2}{\phi^2}} \right)^2 + \frac{\phi^2}{3} \left(\sqrt[3]{\frac{8}{\phi^6} + \frac{12}{\phi^4} - \frac{2}{\phi^2}} - \frac{2}{\phi^2} \right)^3; \quad (27)$$

对于0.5级反应($\eta=0.5$), 有效因子为

$$\eta_{3,0.5} = \frac{1}{4} \left(\sqrt{\frac{2\phi^4}{3} + 16 - \phi^2} \right) + \frac{\phi^4}{12}. \quad (28)$$

同理, 对于反应级数为1, 2或0.5, 可由(25)式分别得出前4, 5, 6项有效因子 η 的逼近解.

4 讨论

由分解法得到催化剂内不同 ϕ 值时, 反应物浓度 c 和有效因子 η 的计算值, 并与数值法的结果进行比较. 数值法是以 Newman 的 BAND 子程序为基础的有限差分法^[5,6], 该法被认为是求解电化学系统中反应-扩散非线性问题非常有效的方法^[6].

4.1 浓度分布曲线

图1为以 Thiele 模数为变量的片状催化剂中无因次浓度的分布曲线. 对于一级反应(图1(a)), 数值解曲线与解析解曲线重合, 所有数据的误差在0.0001范围内. 当 ϕ 较小时(≤ 1), 2项的分解法逼近解与解析解比较, 最大误差仅为0.0188, 相对误差为2.68%; 3项的逼近解与解析解完全重合; 当 ϕ 较大时(≥ 5), 即扩散影响较严重时, 可以看出, 随着分解项数的增加, 其结果向解析解逼近, 当分解项数达到6时, 与解析解相比, 结果令人满意. 当 $\phi = 5$, 最大误差仅为0.0026, 相对误差0.427%.

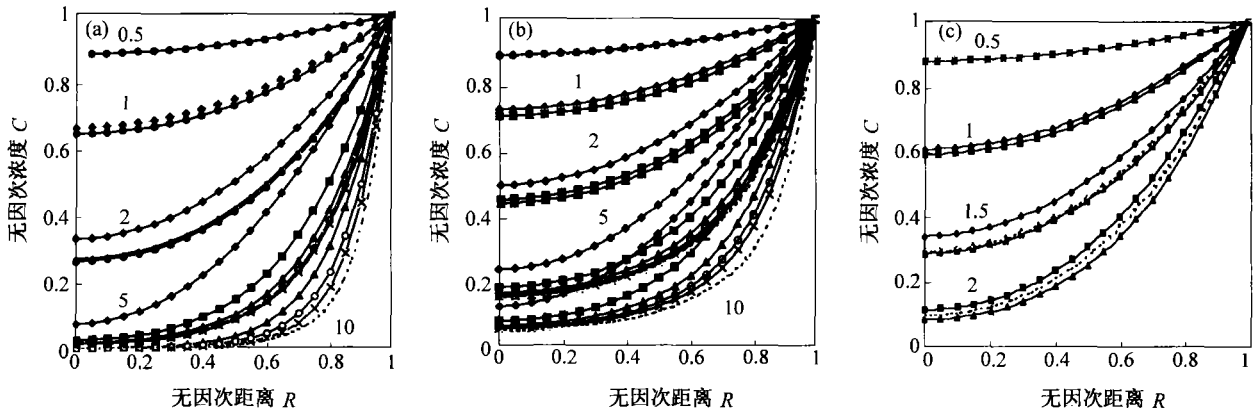


图1 不同 ϕ 时, 反应催化剂内反应物无因次的浓度曲线

(a) 1级反应; (b) 2级反应; (c) 0.5级反应.

◆ 2项解, ■ 3项解, ▲ 4项解, ○ 5项解, × 6项解, --- 数值解

图1(b), (c)分别为2级和0.5级反应的浓度分布曲线. 此情况下, 因没有解析解, 只能与数值解比较. 从图1(b)可以看出, 对于2级反应, 当 ϕ 为1, 与图1(a)相类似, 仅前3项的分解法逼近解既与数值解相同(曲线重合); 在 ϕ 较大时(≥ 5),

含6项的逼近解与数值解相比, 有较满意的结果, 当 $\phi = 5$ 时, 最大误差为0.0168, 相对误差为3.32%. 从图1(c)可以看出, 对于0.5级反应, 在 ϕ 值较小时(≤ 1), 前3项的 Adomian 分解法逼近解与数值解相同(曲线重合); 在 ϕ 较大时(≥ 1.5), 3或

4项的逼近解与数值解相比,结果基本满意.例如,当 $\phi=2$,前3项分解法的最大误差为0.0288,相对误差为6.01%.当 $\phi=2$ 时,由于0.5级反应非线性的特殊性,有限差分法的数值解不易收敛.分解法逼近解则出现了不稳定的情况.图1(c)中3项逼近解位于数值解曲线的下方,而4项逼近解却位于数值解曲线的上方.大于4项逼近解的不稳定性更加明显,图中没有画出.当 $\phi \geq 2.5$ 时,数值解和分解法均不收敛,图中亦未画出.

由上述所得逼近解析解可以看出,对于这类扩散-反应耦合的方程, c_0 为 c 在 $x=0$ 处的数值.如果 c_0 已知,即可得出所有部分解的形式.显然,非线性的大小取决于参数 ϕ 的值,非线性越强,逼近解需要更多的项数.

4.2 有效因子随 ϕ 的变化曲线

在催化反应器分析中有效因子是一个重要概念.图2为不同反应级数的有效因子 η 随 ϕ 的变化曲线.由图可见,随着Thiele模数的增加,所有的数据表明有效因子有逐渐变小的趋势,说明内扩散影响越来越严重.

对于1级反应(图2(a)),数值解和逼近解析解

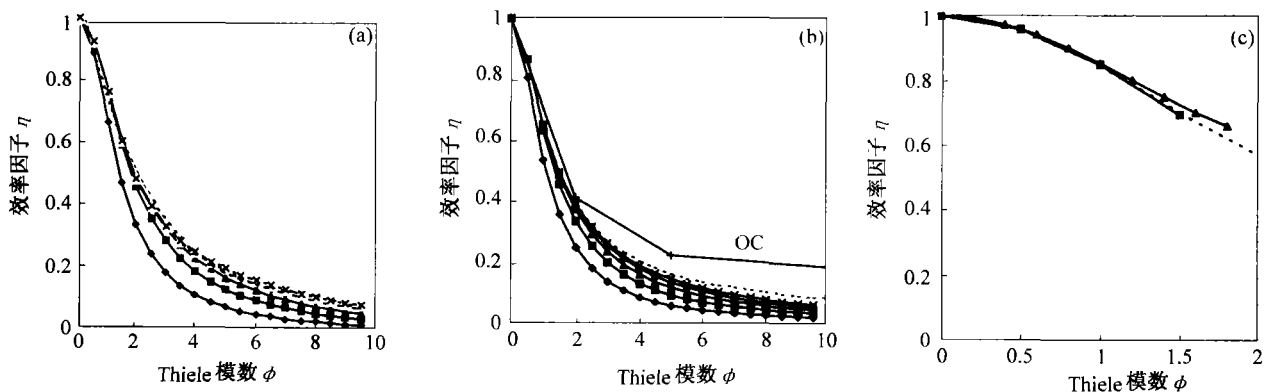


图2 不同解 Thiele 模数与效率因子的关系

(a) 1级反应; (b) 2级反应; (c) 0.5级反应.

◆ 2项解, ■ 3项解, ▲ 4项解, ○ 5项解, \ 6项解, --- 数值解

2级与0.5级反应有效因子具有各自非线性的特殊性,分别表现在图2(b), (c)中.与1级反应有效因子的图2(a)相比较,图2(b)(2级反应)中大于3项的逼近解位于数值解下方,2项的逼近解却位于数值解上方.图2(c)(0.5级反应)中,数值解与3项逼近解的重叠方式出现了细微的变化.当 $\phi \geq 2$ 时,大于3项的逼近解析解是不稳定的,图中没有画出.

一样(曲线重合).随着分解法项数的增加,逼近解和数值解趋于一致.当分解项数为6时,甚至 $\phi=5$,逼近解和数值解相比,最大误差仅为0.0020,相对误差1.02%.

图2(b)为2级反应有效因子 η 变化曲线.其中OC线为一个配置点的正交配置法所获得的解析解^[4],这是文献[4]中所报道的仅有的逼近解析解.可以看出,当 ϕ 较小时($\phi \leq 2$),正交配置法与有限差分BAND法相比,前者较好;在 ϕ 较大时(≥ 5),后者较好.而采用分解法,前3项的逼近解与一点的正交/配置法近似解相比,两者与有限差分法数值解的误差相当.例如,当 $\phi=5$ 时,数值解与正交配置法的误差 $\delta=0.0646$;逼近解与数值解的误差为0.0695.随着分解项数的增加,逼近解向数值解逼近,可得到满意的结果.当分解项数达6时($\phi=5$),其误差仅为0.0011,相对误差0.644%.

图2(c)为0.5级反应时有效因子 η 变化曲线.在 $\phi \leq 1.5$ 时,数值解与前4项的分解法逼近解基本相同.前3项的Adomian分解法逼近解与数值解比较,最大误差仅为0.0154,相对误差为1.60%;在 $\phi \geq 2$ 时,数值解已不稳定,甚至不收敛.

本文计算有效因子时,使用边界($x=1$)处的浓度梯度值,因此导数值最大(反应速率最大),数值法或分解法相比较产生的误差最大.如使用积分方法计算有效因子,如公式(29)所示,误差将会减小.

$$\eta = \frac{\int_0^1 \theta_{m+1,n}^n dx}{R_{x=1}} = \int_0^1 \theta_{m+1,n}^n dx, \quad (29)$$

上述积分值与分解法曲线积分面积有关, 对此作者将另文讨论.

5 结论

Adomian 分解法对于非线性边值问题的解适用于多孔催化剂中扩散-反应的情况. 当非线性问题较简单时, 可得到逼近解析解的表达式. 用该表达式可以很容易地算出在不同 Thiele 模数下, 催化剂内无因次浓度 c 的分布和催化剂有效因子 η 的值. 当 ϕ 较小时, 前 3 项的 Adomian 分解法结果易获得, 而且与数值解相比, 可达到满意的结果; 当 ϕ 较大时, 随着分解项数的增加, 分解法逼近解结果向数值解逼近, 一般当分解项数为 6 时, 可获得较满意

的效果. 当分解法逼近解不稳定时, 有限差分法数值解不易收敛, 即使收敛, 其准确性也很难判断.

参 考 文 献

- 1 Adomian G. Stochastic Systems. New York: Academic Press, 1983
- 2 Cherrault Y. Convergence of Adomian's method. Kybernetes. 1989, 18 (2): 31
- 3 方锦清. 逆算符理论方法及其在非线形物理中的应用. 物理学进展, 1993, 13(4): 441
- 4 Finlayson B. A. Nonlinear Analysis in Chemical Engineering. New York: McGraw-Hill Inc, 1980
- 5 Newman J S. Electrochemical Systems. 2nd edition. New York: Prentice Hall Inc, 1991
- 6 Bennion D. Modeling and reactor simulation. A I Ch E Symp Ser, 1983, 79 (229): 25

2003 年度国家自然科学基金拟受理的重点项目: 数理科学部

1. 数学

- (1) 代数学中的组合方法
- (2) 组合数学
- (3) 序、拓扑及形式语义学的数学基础
- (4) 数学物理方程的反问题及其应用

2. 力学

- (1) 非线性随机动力学与控制的 Hamilton 理论体系及其应用
- (2) 纳米器件和纳米材料中关键力学问题的理论与实验研究
- (3) 超轻质结构设计的新理论
- (4) 自然环境中的多组分、多相复杂流动研究
- (5) 鱼类机动运动的特征和机理研究

3. 天文学

- (1) 太阳耀斑的高能物理和动力学过程观测与研究
- (2) 活动星系核的时变、偏振的观测和理论研究
- (3) 日冕爆发中的射电信号与等离子体过程

- (4) 星系演化及活动性的半解析和 VLBI 研究
- (5) 依巴谷参考架的扩充与应用研究
- (6) 近邻星系的多波段观测研究

4. 物理科学一处

- (1) 纳米结构材料的光、电、磁学性质
- (2) 磁、铁电、超导异质结构的物理研究
- (3) 凝聚态物质中超快过程的研究
- (4) 超冷原子物理及应用研究
- (5) 量子相干系综的光学性质
- (6) 高离化态原子物理
- (7) 光、声波与材料的相互作用
- (8) 超快超强激光的组束技术及其与物质相互作用的新现象研究

5. 物理科学二处

- (1) 惯性约束核聚变“快点火”方案中关键物理论问题理论研究
- (2) 激光加速器新原理的可行性研究
- (3) 托卡马克芯区等离子体湍流诊断发展研究
- (4) 时空斑图和时空混沌系统的研究

(资料来源: 2003 年度国家自然科学基金项目指南)